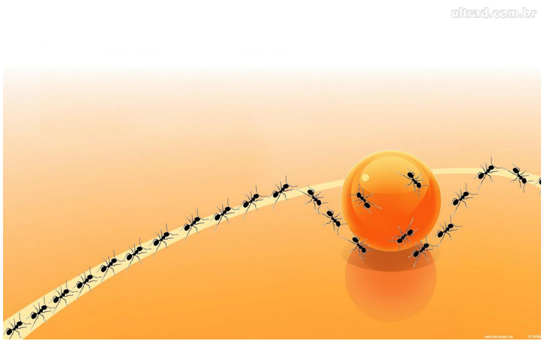
Matemática
Básico

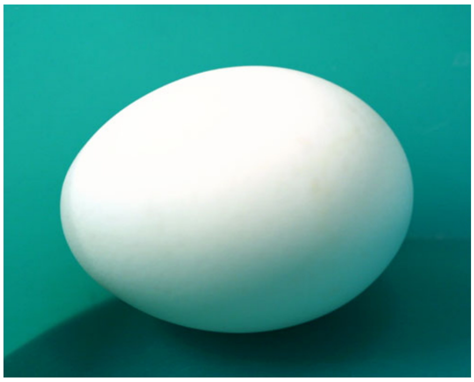
Minotauro
rodolpho.ime@.usp.br
rodolpho.ime@gmail.com

Outono de 2013

Sumário

1 Introdução





2 Aula 1 - Manipulação Algébricas

Provavelmente algum dia nós já vimos algumas das manipulações mais básicas em matemática juntamente com o que podemos fazer para resolver alguns exercícios.

O objetivo agora agora não é decorar as passagens, mas sim, entender a lógica por de trás da matemática.

Por *"...entender a lógica matemática"* quero dizer que não existe o famoso *"...**passa** para lá, troca o sinal!"*, *"...**passa** dividindo e não troca o sinal"*, etc, etc, etc, como geralmente "aprendemos" na escola.

A famosa operação ***passa*** não é uma operação lógica! Na verdade, é uma artimanha antiga que minha vó usava para afastar o cachoro que vinha xeretar a sua horta.

- *Passa, passa...cachorro, besta!*

Hoje, fico imaginando o cachorro pensando:

....mas eu troco de sinal ou não?!

Tá, chega de enrrolação....

Vamos lá ou não vamos?!

Para começar a falar das manipulações, iremos começar a falar sobre expoentes...

2.1 Expoente, *o elevado*

A operação de exponenciação, geralmente apelidada de *elevado* é escrita da seguinte forma:

$$3^4$$

significa que estamos mutiplicando o 3 por ele mesmo 4 vezez. Ou seja,

$$3.3.3.3$$

Isso todo mundo já sabe certo?

Errado!

Errado?

Sim, errado!

Oras....

Provavelmente você já se confundiu em alguma conta desse tipo:

$$7^3 = 21$$

Teu nariz que é 21! Olha só, Zé...

$$7^3 = 7.7.7 = 343$$

Viu só 343 é diferente de 21. E é **BEM** diferente!

Agora iremos pensar de *revestrés*, ou seja, pense em um número qualquer....

...

...

...

...pensou?

Pensou em 36, não foi? (Aposto que sim!)

Enfim...

Podemos reescrever esse número da forma:

$$36 = 6.6 = 6^2$$

Legal, né!

Mas são somente alguns números podemos escrever conforme a forma acima, de modo que eles fiquem tão bonitinhos assim.

Veja esse exemplo:

Vamos e$x$colher um outro número, 12. {Sim, escolher é com x, falarei o por que no próximo capítulo}

$$12 = 3.4 = 3.2^2$$

Viu só, não é tão bonitinho como o anterior!

Até aqui esta tudo bem! A coisa começa a dar um nó sua cabeça quando aparece a seguinte coisa:

$$45^7.90^2$$

Ai você olha isso e automaticamente pensa:

- Vishiiiii, afê, cê é doido véio.... Está maluco!!!!
Só a Fuvest para cobrar isso mesmo.
Acho que isso não é pra mim!!!

Calma ai moçx, com $x \in \{a, o\}$!

Vamos por partes:

$$45^7.(2.45)^2$$

Como esta 2 mutiplicando 45, podemos fazer a seguinte coisa:

$$45^7.2^2.45^2$$

Agora, temos dois termos com a parte de baixo iguais, 45, podemos somar seus expoentes:

$$45^{7+2}.2^2$$

Somando, teremos que:

$$45^9.4$$

Entendeu?

Mas ai você se pergunta!

- Tá! Mas como sei que devo para ai?

Podemos mutiplicar o 45 pelo próprio 45, 9 vezes e depois multiplicar por 4 para obtermos um número como de costume!

Mas isso você consegue se virar sozinho(a)! Mas caso você estiver sem muito o que fazer da vida, pode tentar fazer as contas. O resultado será $1.097148971.10^{3674}$!

Legal, mas até agora foi um monte de *blá, blá, blá....*

Então se liga na mutreta:

Vamos usar o mesmo número 36 que usamos acima, só que de uma forma mais *Hi-Tech.*

$$36 = 36^1$$

Beleza, né? Mas continuamos...

$$36^1 = 36^{0,5+0,5}$$

Como somos muito malandro, nós não usamos numeros decimais, usaremos frações!

Sabemos que $0,5 = \frac{1}{2}$, então:

$$36^{0,5+0,5} = 36^{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}} = 36^{\frac{1}{2}}.36^{\frac{1}{2}}$$

Certo ou não? Não vai se perder heim!

Agora você para e pensa:

...como é que vou multiplicar $36^{\frac{1}{2}}$*?...*

Se você pensar em multiplicar como fizemos anteriormente, vamos ver o que acontece!

Pois você irá auto-multiplicar o 36 por ele mesmo $\frac{1}{2}$ vezes.

Pensou em como fazer isso? Complicado né!

Vou te contar um segredo:

$$36^{\frac{1}{2}} = \sqrt{36}$$

E *voilà*!

Sim, escrever $36^{\frac{1}{2}}$ é a mesma coisa do que escrever $\sqrt{36}$.

Sabendo disso, vamos ver outra coisa que quase todo mundo que está començando a estudar matemática, se confunde!

Em portugues:

A raiz quadrada de uma ***coisa*** *vezes a raiz quadrada da* ***mesma coisa*** é **a própria coisa**

Em matemática:

$\sqrt{\mathbf{coisa}}.\sqrt{\mathbf{coisa}} = \boldsymbol{coisa}$

E por último, o *grand finale.*

Vamos usar um novo número, um diferente de 6 e 36. Vamos usar o 5 por que estamos na página 5.

Você foi olhar se era a página 5 mesmo né!!!

Podemos escrever o número 5 como:

$$5 = \frac{1}{5^{-1}}$$

Ah que legal véio, vishi ishi.... agora a coisa ficou boa!

Que bom que você achou, eu também achei!

Mas, agora podemos escrever uma divisão de um outro modo.

Vê bem:

$$\frac{7}{7}$$

é igual a:

$$\frac{7^1}{7^1}$$

"Subindo"o 7 de baixo, temos que:

$$7^1.7^{-1}$$

E como aprendemos anteriormente, temos que:

$$7^{1-1} = 7^0 = 1$$

Lindo!!!

3 Frações

Ah....as frações! Elas nunca dão o resultado certo...não importa, podemos tentar 10, 20, ..., $n-$vezes.

- *Mas isso nunca dá certo!*

- *Acho mais fácil chutar!*

É angustiante aquele momento.......aquele exato momento, em que o lápis aguarda ser conduzido ao próxima passo da soma das frações.

Devemos *somar um de cada lado*, *multiplicar em cruz*, *tirar o M.M.C.*, *ou o M.D.C....*, *tanto faz! Ai Meus Deus!*

Aliás , eu nem sei para que serve o M.D.C! Ou será que é M.C.D.?

Confusão....

Confusion...

confusióne...

förvirring.... (Em suéco, para dar um ar de poliglóta no texto.)

Caraio, tá foda.... (No português da Z.L.)

...

...

...

Calma!

Respire fundo!

Tome uma água!.... Agora iremos aprender (*aprender é não decorar*) como funciona e como se usam essas coisas todas.

Sim! Posso sentir....

Um pequeno e leve sorriso se abrindo em seu rosto. E você pensando:

- Finalmente, véio! Finalmente vou entender esse troço que me "atazana" a anos!

Pronto para mudar sua vida?

Vem comigo....

...

...

...

3.1 Frações, *as parte de uma coisa qualquer!*

De início, vamos fazer um breve e gostoso exercício mental! Pense num chocolate!

Sim, um chocolate!

NÃO! Não! não!

Não é um copo de *Toddy*!

É uma barra....

Vamos usar essa imagem como nosso padrão:

Figura 1: Imagine esse chocolate, com 6×4 gomos, *e, diet!*

Vamos usa-lo como base para toda a nossa explicação que virá a seguir. Mas podemos pensar em qualquer outra quantidade de gomos de um chocolate.

Vamos começar a pensar dessa maneira:

A barra de chocolate toda é 1.

1?

1!

Mas como 1?

1, oras....

Tá bom....vamos tomar como *base unitária* a barra toda. Calma, isso logo ficará claro, para quem ainda não entendeu!

Se a barra toda vale 1 então podemos pensar que ela foi repartida em 24 pedaços **iguais**. Importante, são iguais. **Iguaizinhos**!

Assim, cada pedaço valerá:

$$\frac{1}{24}$$

partes do chocolate todo!

Entendeu? Leia outra vez, eu espero você entender...

...

...

Caiu a ficha???

Então se nós pegarmos 12 desses pedaços, intuitivamente teremos $metade = \frac{1}{2}$ da nossa barra de chocolate.

Guarde essa metade, e não coma! Ainda iremos usa-la.

Agora, pegue mais 4 pedaços da parte que sobrou.

Quantos pedaços da barra de chocolate nós teremos agora?

Você pensa:

- *Óbvio né!!!!*

- *Tenho metade da barra mais 4 pedaços! Dhããnnn*

Vamos pensar de outro modo!

Vamos escrever todos esses pedaços como *a quantidade de pedaços que pegamos dividido pela quantidade total de pedaços da barra.*

Hãnnnnnnn ?

Pra ficar claro, vamos usar números:

——————————————————-

Se pegarmos 3 pedaços, então teremos $\frac{3}{24}$ da barra. Lê-se: 3, 24 *avos da barra de chocolate.*

——————————————————-

Entendeu? Mesmo?

Voltando a nossos dois pedaços de chocolate anteriores, teremos:

$\frac{12}{24}$ (o grande pedaço de chocolate) + $\frac{4}{24}$ (o pequeno pedaço de chocolate).

Então, teremos pego $12 + 4 = 16$ e teremos $\frac{16}{24}$pedaços de chocolate.

Sim! Eu sei o que vc esta pensando...

- *Óbvio, óbvio, óbvio...*

Sim, lhe disse isso no início desse capítulo!

Agora veja só que *style*:

$$\frac{12}{24} = \frac{\frac{12}{12}}{\frac{24}{12}} = \frac{1}{2}$$

e, da mesma forma temos que:

$$\frac{4}{24} = \frac{\frac{4}{4}}{\frac{24}{4}} = \frac{1}{6}$$

então, como se faz:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{6} = ???$$

.....Ah, eu sabia isso com laranjas!!!

Por que ficou tão difícil fazer isso?

Por que você quer somar um pedação, que é a *"metade do nosso chocolate"* com *"apenas um pedacinho"*.

Veja como iria ficar em matemática:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{6}$$

- Ah, entendi!

- É só colocar fazer as contas com os pedaços iguais.

- Suave!

Mas, para facilitar sempre que pegarmos um pedaço qualquer, (*e.g.* $\frac{1}{2}$), temos que transformar em $\frac{12}{24}$ pedaços para depois fazermos as contas.

Vamos usar os nossos dois pedaços de cima.

E$x$colha a maior parte, nesse caso $\frac{1}{2}$, que terá 12 pedaços de tamanho $\frac{1}{24}$.

Agora pegue a parte menor $\frac{1}{6}$, que terá 4 pedaços de tamanho $\frac{1}{24}$.

Agora, vamos mudar o nosso conceito de menor parte. Vamos dizer que a menor parte será 4 pedaços.

Entendeu????

O menor pedaço que podemos cortar da barra todo será de 4 gomos! É como se não pudessemos cortar menos do que 4 gomos!

Agora, em quantos pedaços nós conseguiriamos cortar os 12 pedaços, só que agora temos que tirar em bloquinhos de 4.

Simples! É só dividir 12 por 4 que será 3.

- Tá, e dai?

Agora nós iremos escrever o $\frac{1}{2}$ que na verdade é $\frac{12}{24}$ como:

$$\frac{3}{6}$$

- E como é que chegamos nisso?

Acompanhe a historinha matemática abaixo:

$$\frac{1}{2}$$

Podemos escrever:

$$\frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}$$

Que não mudará nada!

Só que sabemos:

$$1 = \frac{3}{3}$$

Substituindo o 1 por $\frac{3}{3}$ acima, teremos a mágica.

$$\frac{1}{2} \times \frac{3}{3}$$

Então:

$$\frac{1 \times 3}{2 \times 3}$$

Fazendo as multiplicações, teremos:

$$\frac{3}{6}$$

Aplausos.....

- Nossa, já me perdi!

- Não faço idéia (ou ideia) de onde estamos indo e por que?

Vamos dar uma revisada rápida!

Queremos somar duas partes de um chocolate, $\frac{1}{2}$, e outro pedaço $\frac{1}{6}$. Estamos usando o $\frac{1}{6}$ como a menor divisão da barra, ou seja, só podemos cortar a barra de 4 em 4 gomos.

Então a metade da barra equivale a pegarmos $\frac{3}{6}$ pedaços de 4 gomos.

Agora que voltamos ao barco, podemos seguir viagem!

Vamos finalmente somar os dois pedaços.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{6}$$

Que será:

$$\frac{3}{6} + \frac{1}{6}$$

Agora que temos, quantidade de bloquinhos do mesmo tamanho, podemos somar!

$$3 + 1 = 4$$

pedaços.

Então, teremos:

$$\frac{4}{6}$$

Tudo isso que vimos acima pode ser revisado rapidissímo, em 1 linha:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} + \frac{1}{6} = \frac{3+1}{6} = \frac{4}{6}$$

Capiche!

- Vamos comer um chocolate de verdade e parar de blá blá blá por hoje!!!