

Alguns exercícios de Logarithmorum

1) Calcule o valor dos seguintes Log's:

a) $\log_{16} 64$ b) $\log_{625} \sqrt{5}$

c) $\log_5(0,000064)$ d) $\log_{49} \sqrt[3]{7}$

e) $\log_{(\sqrt[5]{2})} 128$ f) $\log_9(3\sqrt{3})$

g) $\log_2(\sqrt[8]{64})$ h) $\log_2 0,25$

2) Calcule o valor da incógnita "N" em cada exercício, aplicando a equivalência fundamental:

a) $\log_5 N = 3$ b) $\log_2 N = 8$ c) $\log_2 N = -9$ d) $\log_{\sqrt{3}} N = 2$

3) Calcule o valor da incógnita "a" em cada exercício, aplicando a equivalência fundamental:

a) $\log_a 81 = 4$ b) $\log_a 1024 = 20$ c) $\log_a 10 = 2$ d) $\log_{9a} \sqrt{27} = \frac{1}{2}$

4) O número real x, tal que $\log_x \left(\frac{9}{4}\right) = \frac{1}{2}$, é

(A) $\frac{81}{16}$

(B) $-\frac{3}{2}$

(C) $\frac{1}{2}$

(D) $\frac{3}{2}$

(E) $-\frac{81}{16}$

5) (PUCRS) Escrever $b^{\log_b a} = b^{-2}$, equivale a escrever

(A) $a = \frac{1}{b^2}$

(B) $b = a^2$

(C) $a = b^2$

(D) $b^2 = -a$

(E) $b = \frac{1}{a^2}$

6) Se $f(x) = \log_{10} \left(\frac{x^2}{x+11}\right)$, o valor de $f(-1)$ é:

(A) -2

(B) -1

(C) 0

- (D) 1
 - (E) 2
-

7) (PUCRS) A solução real para a equação $a^{(x+1)} = \frac{b}{a}$, com $a > 0$, $a \neq 1$ e $b > 0$, é dada por

- (A) $\log_a b$
- (B) $\log_a (b+1)$
- (C) $\log_a (b)+1$
- (D) $\log_a (b)+2$
- (E) $\log_a (b)-2$

Resolução dos exercícios:

APENAS olhe quando já estiver resolvido os exercícios.

a) $\log_{16} 64$	Igualando a "x"
$\log_{16} 64 = x$	aplicando a equivalência fundamental
$64 = 16^x$	Igualando as bases (utilizando base 2)
$2^6 = (2^4)^x$	Aplicando as propriedades de potências
$2^6 = 2^{4x}$	Corta-se as bases
$6 = 4x$	Isolando x
$x = \frac{6}{4}$	Simplificando
$x = \frac{3}{2}$	Esta é a resposta!!

c) $\log_5(0,000064)$	Igualamos a "x"
$\log_5(0,000064) = x$	Aplicamos a equivalência fundamental
$0,000064 = 5^x$	Pra facilitar o cálculo, vamos transformar a fração
$\frac{64}{1000000} = 5^x$	Agora, transformar em potência
$\frac{2^6}{10^6} = 5^x$	Aplicamos a propriedade de divisão de potências de bases diferentes
$\left(\frac{2}{10}\right)^6 = 5^x$	Simplificamos a função
$\left(\frac{1}{5}\right)^6 = 5^x$	Novamente, propriedades de potenciação
$5^{-6} = 5^x$	Corta-se as bases,
$x = -6$	Esta é a resposta final.

d) $\log_{49} \sqrt[3]{7}$	Igualando a "x"
$\log_{49} \sqrt[3]{7} = x$	aplicando a equivalência fundamental
$\sqrt[3]{7} = 49^x$	Vamos aplicar algumas propriedades de potências e Igualar as bases (utilizando base 7)
$7^{\frac{1}{3}} = (7^2)^x$	Aplicando as propriedades de potências
$7^{\frac{1}{3}} = 7^{2x}$	Corta-se as bases
$\frac{1}{3} = 2x$	Isolando x
$x = \frac{1}{6}$	Esta é a resposta!!!

2) Calcule o valor da incógnita "N" em cada exercício, aplicando a equivalência fundamental:

a) $\log_5 N = 3$ **b)** $\log_2 N = 8$ **c)** $\log_2 N = -9$ **d)** $\log_{\sqrt{3}} N = 2$

a) $\log_5 N = 3$ Neste tipo de exercício não é necessário igualar a "x", pois já há uma igualdade, vamos direto aplicar a equivalência fundamental.
 $N = 5^3$ Pronto, já temos a resposta, agora é só desenvolver a potência 3.
 $N = 125$ Esta é a resposta!!! :)

d) $\log_{\sqrt{3}} = 2$ Novamente, vamos direto aplicar a equivalência fundamental.
 $N = (\sqrt{3})^2$ Pronto, já temos a resposta, agora é só desenvolver a potência 2.
 $N = 3$ Resposta final.

3) Calcule o valor da incógnita "a" em cada exercício, aplicando a equivalência fundamental:

a) $\log_a 81 = 4$ **b)** $\log_a 1024 = 20$ **c)** $\log_a 10 = 2$ **d)** $\log_{9a} \sqrt{27} = \frac{1}{2}$

a) $\log_a 81 = 4$ Este exercício também não precisa igualar a "x", pois também já existe uma igualdade. Portanto, vamos direto aplicar a equivalência fundamental.
 $81 = a^4$ Vamos fatorar o 81.
 $3^4 = a^4$ Podemos cortar os expoentes
 $a = 3$ Pronto, esta é a resposta!

d) $\log_{9a} \sqrt{27} = \frac{1}{2}$ Este exercício parece ser bem mais complicado, mas não se assuste! Resolve-se da mesma forma. Vamos direto aplicar a equivalência fundamental.
 $\sqrt{27} = (9a)^{\frac{1}{2}}$ Sabemos, pelas propriedades de potenciação, que ao elevar na potência 1/2 estamos na verdade tirando a raiz quadrada, portanto:
 $\sqrt{27} = \sqrt{9a}$ Vamos aplicar as propriedades de radiciação e fatorar o 27:
 $\sqrt{3^2 \cdot 3} = \sqrt{9 \cdot a}$
 $\sqrt{3^2} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{a}$
 $3\sqrt{3} = 3\sqrt{a}$ Podemos cortar o 3 dos dois lados!
 $\sqrt{3} = \sqrt{a}$
 $(\sqrt{3})^2 = (\sqrt{a})^2$
 $a = 3$ Esta é a resposta!! :)))

GABARITO			
04 - A	05 - A	06 - B	07 - E

Alguns exercícios de Juros (Jurare):

01. (Cespe/UnB – Chesf/2002) Um capital acrescido dos seus juros simples de 21 meses soma R\$ 7050,00. O mesmo capital, diminuído dos seus juros simples de 13 meses, reduz-se a R\$ 5350,00. O valor desse capital é:
02. (Cespe/UnB – Chesf/2002) Uma pessoa recebeu R\$ 6.000,00 de herança, sob a condição de investir todo o dinheiro em dois tipos particulares de ações, X e Y. As ações do tipo X pagam 7% a.a e as ações do tipo Y pagam 9% a.a. A maior quantia que a pessoa pode investir nas ações x, de modo a obter R\$ 500,00 de juros em um ano, é:
03. (Cespe/UnB – Chesf/2002) No sistema de juros compostos com capitalização anual, um capital de R\$ 20.000,00, para gerar em dois anos um montante de R\$ 23.328,00, deve ser aplicada a uma taxa:
04. (Cespe/UnB – TRT 6ª Região – 2002) Se um capital aplicado a juros simples durante seis meses à taxa mensal de 5% gera, nesse período, um montante de R\$ 3250,00, então o capital aplicado é menor que R\$ 2600,00.
05. (Cespe/UnB – TRT 6ª Região – 2002) Suponha que uma pessoa aplique R\$ 2000,00 por dois meses, a juros compostos com uma determinada taxa mensal, e obtenha um rendimento igual a R\$ 420,00, proveniente dos juros. Se essa pessoa aplicar o mesmo valor por dois meses a juros simples com a mesma taxa anterior, ela terá, no final desse período, um montante de R\$ 2.400,00.
06. (Cespe/UnB – TRT 6ª Região – 2002) Considere que um capital de R\$ 4000,00 ficou aplicado por 2 meses à taxa de juros compostos de 10% a.m. Se o montante obtido foi corrigido pela inflação do período obtendo-se um total de R\$ 5082,00, então a inflação do período foi superior a 7%.
07. (Cespe/UnB – TRT 6ª Região – 2002) Considere o capital de R\$ 5.000,00 é aplicado à taxa de juros compostos de 6% a.m. e sejam M_1 , M_2 , ..., M_n os montantes gerados por esse capital após o 1º mês, 2º mês, respectivamente. Então os montantes M_1 , M_2 , ..., M_n , formam uma progressão geométrica de razão igual a 1,06.
08. (Cespe/Unb – Docas/PA) Mário dispunha de um capital de R\$ 10.000,0. Parte desse capital ele aplicou no banco BD, por 1 ano, à taxa de juros simples de 3% a.m. O restante, Mário, aplicou no banco BM, também pelo período de 1 ano, à taxa de juros simples de 5% a.m. Considerando que, ao final do período, Mário obteve R\$ 4500 de juros das duas aplicações, julgue os seguintes itens:
- a) A quantia aplicada no banco BM foi superior a R\$ 4000,00.
- b) Os juros obtidos pela aplicação no banco BM superaram em mais de R\$ 500,00 os juros obtidos pela aplicação no banco BD.
- c) Ao final do ano, o montante obtido pela aplicação no banco DB foi superior a R\$ 8000,00.
09. (Cespe/Unb – Docas/PA) Julgue os itens que se seguem:
- a) Considere a seguinte situação hipotética “Carlos aplicou R\$ 5.000,00 em uma instituição financeira à taxa de juros compostos de 24% a.a., capitalizados mensalmente” Nessa situação, ao final de 2 meses, essa aplicação renderá para Carlos um montante superior a R\$ 5.300,00.

b) A taxa semestral de juros compostos equivalente à taxa de 21% a.a. é inferior a 11%.

10. (Cespe/Unb – TRT 6ª Região) José dispõe de R\$ 10,000, para aplicar durante três meses. Consultando determinado banco, recebeu as seguintes propostas de investimento:

- I – 2% de juros simples ao mês
- II – 1% de juros compostos ao mês
- III – resgate de R\$ 10.300,00, no final de um período de três meses.

Com relação à situação hipotética apresentada acima e considerando que, uma vez aplicado o dinheiro, não seja feita retirada alguma antes de três meses, julgue os itens seguintes:

- a) Se João optar pela proposta I, ele terá, no final do 1º mês, R\$10.200,00.
- b) Se João optar pela proposta I, ele terá, no final do 2º mês, mais de R\$10.350,00.
- c) Se João optar pela proposta II, ele terá, no final do 2º mês, mais de R\$10.200,00.
- d) Se João optar pela proposta III, ele terá aplicado seu dinheiro a uma taxa de juros igual a 3% ao trimestre.
- e) Para João, a proposta financeiramente menos favorável é a III.

Resolução dos exercícios de Juros

APENAS olhe depois resolver o exercício

1)

Solução:

$$a) 7050 = C (1+21.i)$$

$$b) 5350 = C (1+13.i)$$

multiplicando (b) por 21/13 temos

$$b') 112350/13 = 21.C/13 - 21.C.i$$

Somando b' com a:

$$204000 = 21.C+13.C \rightarrow 34C = 204000 \rightarrow$$

$$C = 6000, \text{ alternativa D.}$$

2)

Solução:

$$Cx + Cy = 6000$$

com $ix = 0.07$ a.a e $iy = 0.09$ a.a.

$$Jx + Jy = 500$$

$$Cx * 0.07 * 1 + Cy * 0.09 * 1 = 500$$

$$\text{como } Cy = 6000 - Cx$$

$$Cx * 0.07 + (6000 - Cx) * 0.09 = 500$$

$$Cx * 0.07 + 540 - 0.09 * Cx = 500$$

$$Cx = 2000, \text{ alternativa C.}$$

3)

Solução:

$$t = 1; C = 20000; n = 2; M = 23328$$

$$23328 = 20000 * (1+i)^2$$

$$1.1664 = (1+i)^2$$

$$i = 0.08$$

taxa é de 8% a.a.

4)

Solução:

$$n = 6; i=0,05; M=3250;$$

$$3250 = C \cdot (1+0,05 \cdot 6)$$

$$C=2500$$

Verdadeiro, C é menor que R\$ 2600.

5)

Solução:

Aparentemente se quer saber qual foi a taxa de juros mensal aplicada, i .

Na primeira aplicação podemos dizer que

$$420 = 2000 [(1+i)^2 - 1]$$

e na segunda aplicação temos

$$2400 = 2000 (1+2 \cdot i)$$

como descobrir i na segunda equação é mais fácil:

$$1 + i \cdot 2 = 1.2 \rightarrow i \cdot 2 = 1.2 \rightarrow i = 0.1$$

E de fato, substituindo o valor de i na primeira equação, chegamos em uma verdade.

$$420 = 2000 [(1+0.1)^2 - 1] \rightarrow 420 = 2000 \cdot 0.21 \rightarrow 420 = 420$$

6)

Solução:

$$C=4000; n=; i=0,1 \text{ a.m.}$$

$$M = 4000 \cdot (1+0.1)^2$$

$$M = 4000 \cdot 1,21$$

$$M = 4840$$

A correção da inflação, que eu chamei de f , é no regime de juros compostos:

$$5082 = 4840 \cdot (1+f)^2$$

$$(1+f)^2 = 1.05$$

$$f=0,0247$$

A inflação foi de 2,47% ao mês.

7)

Solução:

$$M1 = 5000 \cdot (i+0.06)^1$$

e

$$M2 = 5000 \cdot (i+0.06)^2 \rightarrow M2 = 5000 \cdot (1.06) \cdot (1.06)$$

$$M2 = M1 \cdot (1+0.06)$$

da mesma maneira $M3$:

$$M3 = 5000 \cdot (1.06)^3 \rightarrow M3 = 5000 \cdot (1.06)^2 \cdot (1.06)$$

$$M3 = M2 \cdot (1.06)$$

Logo podemos definir M como uma progressão geométrica onde:

$$a_1 = 5300; q = 1.06$$

$$a_n = a_{n-1} \cdot 1.06; \text{ para } n > 1$$

8)

Solução:

$$CBD + CBM = 10000$$

$$iBD = 0.03 \text{ a.m.}; iBM = 0.05 \text{ a.m.}; n=12 \text{ meses}$$

$$JBD + JBM = 4500$$

$$\text{Como } M = C \cdot (1+i \cdot n) \rightarrow M - C = C \cdot (1+i \cdot n) - C \rightarrow J = C \cdot (1+i \cdot n) - C \rightarrow J = C \cdot (i \cdot n) \text{ então}$$

$$JBD = CBD \cdot (iBD \cdot n)$$

$$JBD = CBD \cdot (0.03 \cdot 12)$$

$$JBD = CBD \cdot 0.36$$

Da mesma forma para o banco BM:

$$JBM = CBM \cdot 0.6$$

somando as duas equações temos que:

$$JBD + JBM = CBD \cdot (0.36) + CBM \cdot (0.6)$$

mas JBD + JBM = 4500 então:

$$4500 = CBD \cdot 0.36 + CBM \cdot 0.6$$

mas CBD = 10000 - CBM então:

$$4500 = (10000 - CBM) \cdot 0.36 + CBM \cdot 0.6$$

$$4500 = 3600 - CBM \cdot 0.36 + CBM \cdot 0.6$$

$$4500 - 3600 = CBM \cdot 0.24$$

$$CBM = 3750$$

logo a alternativa a) é falsa.

Para achar os juros:

$$JBM = CBM \cdot 0.6$$

$$JBM = 3750 \cdot 0.6$$

$$JBM = 2.250$$

e como JBD + JBM = 4500 então

$$JBD = 4500 - 2250$$

$$JBD = 2250$$

logo a alternativa b) é falsa.

Quanto ao montante da aplicação no banco BD:

$$CBD + CBM = 10000$$

$$CBD = 10000 - 3750$$

$$CBD = 6250$$

$$MBD = CBD + JBD$$

$$MBD = 6250 + 2250$$

$$MBD = 8500$$

portanto a alternativa c) é verdadeira.

9)

Solução:

Na alternativa a:

$$C=5.000,00; i = 2\% \text{ a.m.}; t = \text{mensal};$$

$$M = 5000 \cdot (1.02)^2$$

$$M = 5202$$

Alternativa a) é falsa.

Na alternativa b:

$$1.21 = (1+i)^2$$

$i = 0.1 = 10\%$ ao semestre.

Alternativa b) é verdadeira.

10)

Solução:

$$C = 10000; n = 3$$

$$iI = 0,02$$

Na proposta I, no final do primeiro mês:

$$MI = 10000 * (1 + 0,02 * 1)$$

$$MI = 10.200$$

Na proposta I, no final do segundo mês:

$$MI = 10000 * (1 + 0,02 * 2)$$

$$MI = 10.400$$

Logo a alternativa a) e b) são verdadeiras.

Na proposta II, no final do segundo mês:

$$iII = 0,01$$

$$MII = 10.000 * (1 + 0,01)^2$$

$$MII = 10201$$

Então a alternativa c) também é verdadeira.

Na proposta III:

$$10300 = 10000 * (1 + i)$$

$$(1 + i) = 10300 / 10000$$

$$(1 + i) = 1,03$$

$$i = 0,03$$

Como i foi 3% ao semestre, então a alternativa d) também é verdadeira.

Olhando para todas as opções de investimento temos

- $MI = 10.600$
- $MI = 10.303,01$
- $MIII = 10.300$

Então a alternativa e) também é verdadeira.