

3ª Lista de Exercícios

1. Base média do trapézio. Seja $ABCD$ um trapézio de bases $\overline{AB}$ e $\overline{CD}$, e sejam M e N os pontos médios de $\overline{BC}$ e $\overline{DA}$ respectivamente. Mostre que $\overline{MN}$ é paralelo às duas bases e que sua medida é a média aritmética das medidas das duas bases. Nas condições acima, o segmento $\overline{MN}$ é denominado **base média** do trapézio $ABCD$.
2. Seja $ABCD$ um quadrilátero e sejam M_1, M_2, M_3 e M_4 , os respectivos pontos médios de $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ e $\overline{DA}$. Mostre que $M_1M_2M_3M_4$ é um paralelogramo. (Obs.: O resultado acima vale até para a "ampulheta", que não é quadrilátero, desde que se tenha 4 pontos médios e não 3).
3. Nas condições do teorema acima, mostre que se $ABCD$ é um losango, então $M_1M_2M_3M_4$ é um retângulo e que se $ABCD$ é um retângulo então $M_1M_2M_3M_4$ é um losango. O que podemos dizer de $M_1M_2M_3M_4$ se supormos que $ABCD$ é um quadrado?
4. Mostre que não valem as recíprocas do item anterior, mas que a recíproca é válida se supormos $ABCD$ um paralelogramo.
5. Prove que as bissetrizes de dois ângulos consecutivos de um paralelogramo cortam-se em um ângulo reto.
6. As três bissetrizes de um triângulo ABC se encontram em um ponto O . Determine as medidas de $\hat{AOB}$, $\hat{AOC}$ e $\hat{BOC}$, em relação a $\hat{A}$, $\hat{B}$ e $\hat{C}$.
7. Mostre que em qualquer triângulo equilátero, todos os pontos notáveis coincidem
8. Pague 1 e leve 6: Mostre que se em um triângulo dois pontos notáveis (baricentro, incentro, circuncentro e ortocentro) coincidem, então este triângulo é equilátero
9. Mostre que as mediatrizes de dois lados opostos de um paralelogramo são ou paralelas ou coincidentes. Mostre que as bissetrizes internas de dois ângulos opostos também são coincidentes ou paralelas.
10. Seja $ABCD$ um paralelogramo. Mostre que as mediatrizes de $ABCD$ se interceptam em um único ponto, se e só se $ABCD$ é um retângulo.

11. Seja $ABCD$ um paralelogramo. Mostre que as bissetrizes internas de $ABCD$ se interceptam em um único ponto, se e só se $ABCD$ é um losango.

O próximo exercício não será cobrado, pois usa o conceito de semelhança. Porém, penso que vale a pena por na lista.

12. A reta de Euler: Mostre que em todo triângulo o baricentro, o ortocentro e o circuncentro estão em uma mesma reta, que é denominada **reta de Euler**. Se tivermos um triângulo equilátero, qualquer reta que passe por este único ponto será uma reta de Euler.