

2ª Lista de Exercícios

Uma definição: Em um triângulo isóceles ΔABC , se $\overline{AB} \equiv \overline{BC}$, vou chamar o lado \overline{AC} de **base** de ΔABC . Se ΔABC é equilátero, então ele tem três bases.

1. Demonstre que a mediana relativa à base de um triângulo isóceles é também bissetriz interna.
2. Demonstre que a bissetriz relativa à base de um triângulo isóceles é também mediana.
3. Prove que as medianas de um triângulo isóceles relativas aos lados congruentes são congruentes.
4. Mostre que se em um triângulo a mediana e a bissetriz relativa a um lado coincidem, então este triângulo é isóceles.
5. Suponha que um triângulo isóceles tenha o ângulo oposto à base medindo x e os outros dois, que sabemos congruentes, medindo cada um y . Qual a condição sobre x para que este triângulo tenha a base maior que os outros dois lados (congruentes)?
6. Seja \overline{AB} um segmento e seja r a mediatriz de \overline{AB} . Mostre que um ponto C está a uma mesma distância de A e B se e só se C pertence a r . Dizemos portanto que r é o **lugar geométrico** dos pontos equidistantes de A e B .
7. Seja $\hat{A}OB$ um ângulo. Mostre que um ponto C pertence a bissetriz de $\hat{A}OB$ se e só se está no setor angular determinado por $\hat{A}OB$ e equidista de \overleftrightarrow{OA} e \overleftrightarrow{OB} . Como posso tirar a hipótese de C estar no setor angular determinado por $\hat{A}OB$?
8. Considere um triângulo com vértices A , B e C e sejam r_1 , r_2 e r_3 as mediatrizes de seus lados. Com base no exercício 6, o que posso afirmar sobre $r_1 \cap r_2 \cap r_3$?
9. Considere agora s_1 , s_2 e s_3 as bissetrizes dos ângulos do triângulo acima. Com base no exercício 7, o que posso afirmar sobre $s_1 \cap s_2 \cap s_3$?
10. Mostre que, uma das medianas relativa a um lado de um triângulo mede a metade desse lado, se e só se este triângulo é retângulo.

11. Prove que as alturas de um triângulo isóceles relativas aos lados congruentes são congruentes.
12. Mostre que uma mediana e uma altura de um triângulo coincidem se e só se este triângulo é isóceles.
13. Mostre que uma bissetriz interna e uma altura de um triângulo coincidem se e só se este triângulo é isóceles.