

O Problema do Carteiro Chinês e Variantes

Gabriel Fernandes de Oliveira
Prof. Carlos Eduardo Ferreira

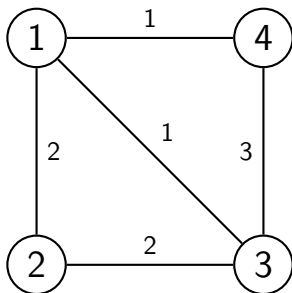
Instituto de Matemática e Estatística da USP

21 de outubro de 2020

O problema do carteiro chinês

Definição

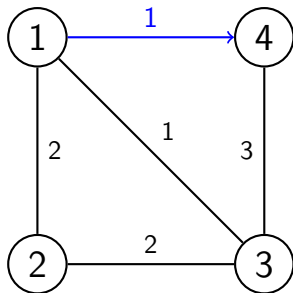
Encontrar uma rota fechada, de menor custo, que percorre toda aresta de um grafo ao menos uma vez.



O problema do carteiro chinês

Definição

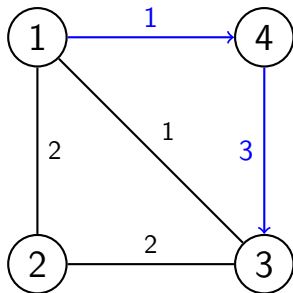
Encontrar uma rota fechada, de menor custo, que percorre toda aresta de um grafo ao menos uma vez.



O problema do carteiro chinês

Definição

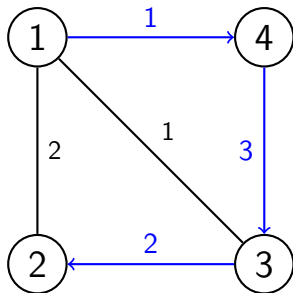
Encontrar uma rota fechada, de menor custo, que percorre toda aresta de um grafo ao menos uma vez.



O problema do carteiro chinês

Definição

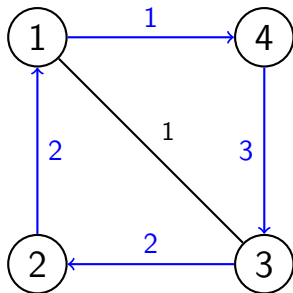
Encontrar uma rota fechada, de menor custo, que percorre toda aresta de um grafo ao menos uma vez.



O problema do carteiro chinês

Definição

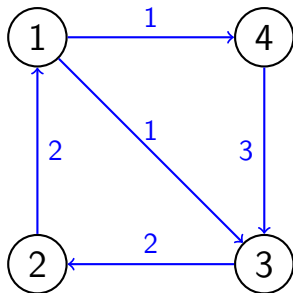
Encontrar uma rota fechada, de menor custo, que percorre toda aresta de um grafo ao menos uma vez.



O problema do carteiro chinês

Definição

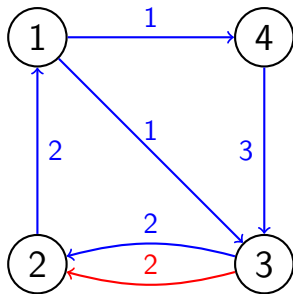
Encontrar uma rota fechada, de menor custo, que percorre toda aresta de um grafo ao menos uma vez.



O problema do carteiro chinês

Definição

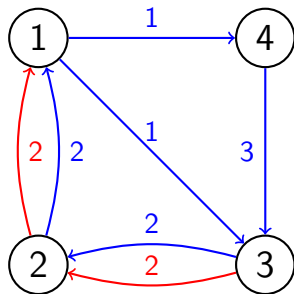
Encontrar uma rota fechada, de menor custo, que percorre toda aresta de um grafo ao menos uma vez.



O problema do carteiro chinês

Definição

Encontrar uma rota fechada, de menor custo, que percorre toda aresta de um grafo ao menos uma vez.

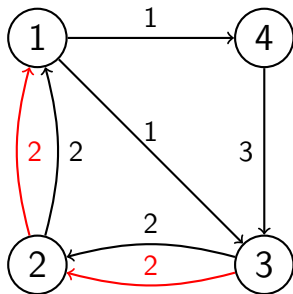


Custo de rota: 13

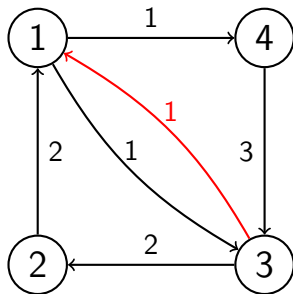
O problema do carteiro chinês

Definição

Encontrar uma rota fechada, de menor custo, que percorre toda aresta de um grafo ao menos uma vez.



Custo de rota: 13



Custo de rota: 10

Solução

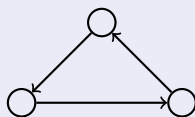
Escolher uma rota que minimize o custo das arestas repetidas

- Em **grafos eulerianos** a solução ótima é um circuito euleriano
- Do contrário, copiam-se arestas para formar um supergrafo euleriano

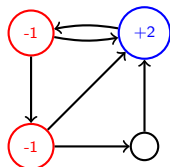
Existem soluções polinomiais para os casos do problema em grafos direcionados e em grafos não direcionados.

Definição: Grafo euleriano

Grafo que possui um circuito (chamado circuito euleriano) que percorre todas arestas de um grafo uma única vez.



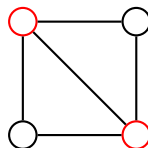
Caso direcionado



Resolvido usando uma formulação do problema de transporte.

Definem-se, de acordo com os graus de entrada e saída, vértices de oferta e demanda.

Caso não-direcionado



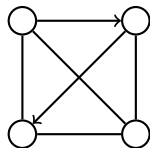
Resolvido usando algoritmo de emparelhamento perfeito entre vértices de grau ímpar.

Variantes

Todas variações estudadas são NP-completas.

- **Grafos mistos**

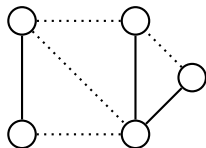
- ▶ 2-aproximação - Frederickson (1979).
- ▶ Aplica separadamente os algoritmos de emparelhamento e o problema de transporte para encontrar um supergrafo euleriano.



- **Rural**

Nem todas arestas precisam ser percorridas.

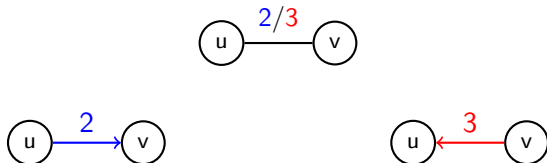
- ▶ $\frac{3}{2}$ -aproximação - Christofides (1976).
- ▶ A partir de uma árvore geradora mínima, encontra, com algoritmo de emparelhamento, o supergrafo euleriano de custo mínimo.



- **Com ruas íngremes (ou com vento)**

Custos diferentes para cada orientação de uma aresta.

- ▶ Caso especial, custo de cada circuito é o mesmo independente da direção em que são percorridos.
- ▶ Solução polinomial, de Mei-Ko Kwan (1983).
- ▶ Modifica custos das arestas do grafo, reduzindo o problema para uma instância simples do carteiro chinês.



Resultados

- Monografia disponibilizada.
- Soluções implementadas para as versões direcionado, não direcionado e misto.
- Documentação de código.
- Testes automatizados, cobertura de testes.

L^AT_EX

