

# O Problema do Carteiro Chinês e Variantes

Gabriel Fernandes de Oliveira  
Prof. Carlos Eduardo Ferreira

Instituto de Matemática e Estatística

18 de janeiro de 2021

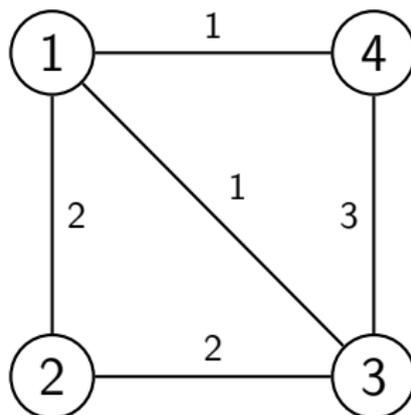


IME-USP

# O problema do carteiro chinês

## Definição

Encontrar uma rota fechada, de menor custo, que percorre toda aresta de um grafo ao menos uma vez.

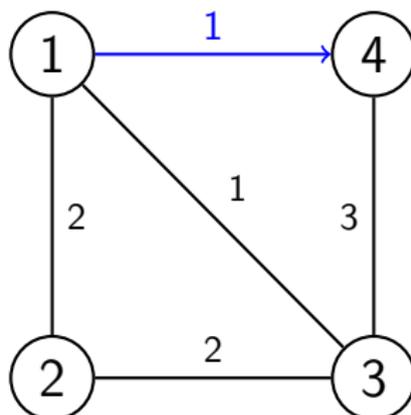


IME-USP

# O problema do carteiro chinês

## Definição

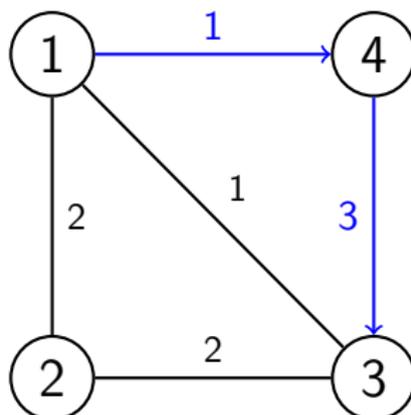
Encontrar uma rota fechada, de menor custo, que percorre toda aresta de um grafo ao menos uma vez.



# O problema do carteiro chinês

## Definição

Encontrar uma rota fechada, de menor custo, que percorre toda aresta de um grafo ao menos uma vez.

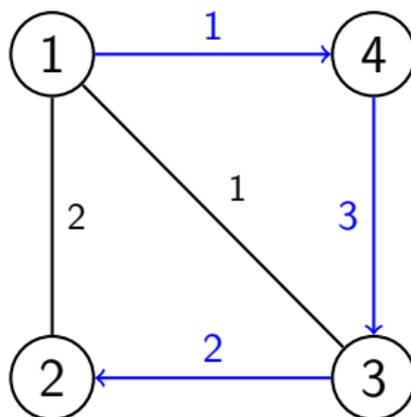


IME-USP

# O problema do carteiro chinês

## Definição

Encontrar uma rota fechada, de menor custo, que percorre toda aresta de um grafo ao menos uma vez.

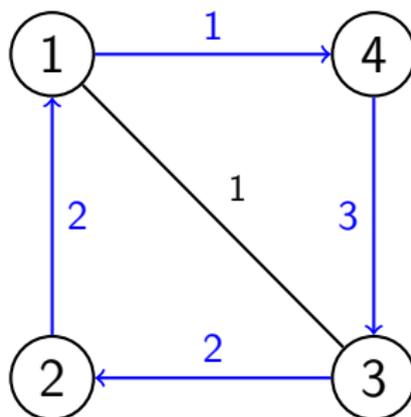


IME-USP

# O problema do carteiro chinês

## Definição

Encontrar uma rota fechada, de menor custo, que percorre toda aresta de um grafo ao menos uma vez.

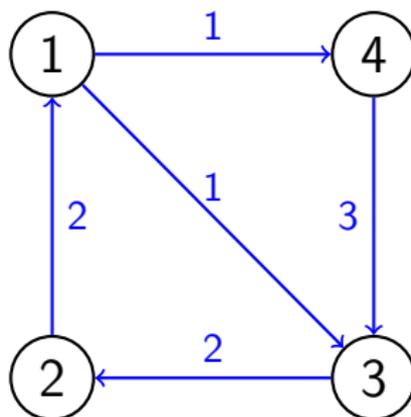


IME-USP

# O problema do carteiro chinês

## Definição

Encontrar uma rota fechada, de menor custo, que percorre toda aresta de um grafo ao menos uma vez.

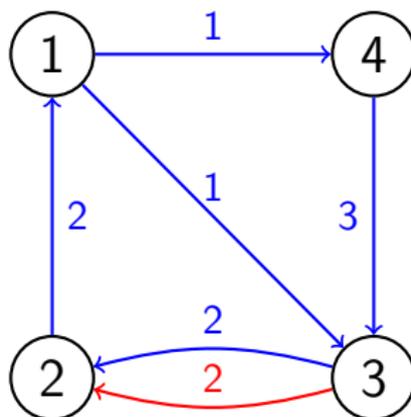


IME-USP

# O problema do carteiro chinês

## Definição

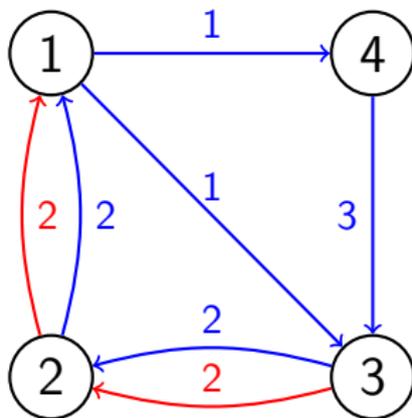
Encontrar uma rota fechada, de menor custo, que percorre toda aresta de um grafo ao menos uma vez.



# O problema do carteiro chinês

## Definição

Encontrar uma rota fechada, de menor custo, que percorre toda aresta de um grafo ao menos uma vez.



Custo de rota: 13

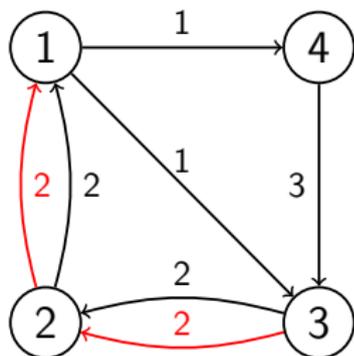


IME-USP

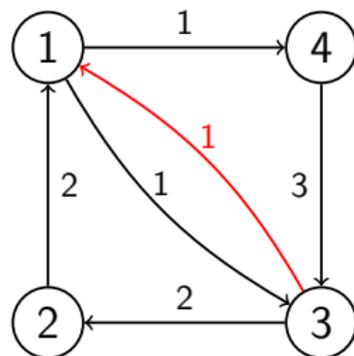
# O problema do carteiro chinês

## Definição

Encontrar uma rota fechada, de menor custo, que percorre toda aresta de um grafo ao menos uma vez.



Custo de rota: 13



Custo de rota: 10

Objetivo: minimizar o custo das **arestas repetidas** na rota.



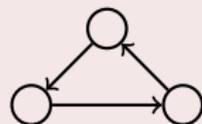
IME-USP

# Solução do problema do carteiro chinês

- Em **grafos eulerianos**, as soluções ótimas são circuitos eulerianos.
- No caso geral, constrói-se um supergrafo euleriano, cujo circuito euleriano resolve o problema.

## Definição: Grafo euleriano

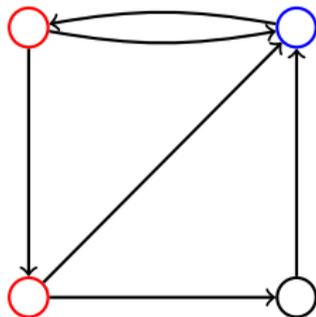
Grafo que possui um circuito que percorre todas suas arestas sem repetições.



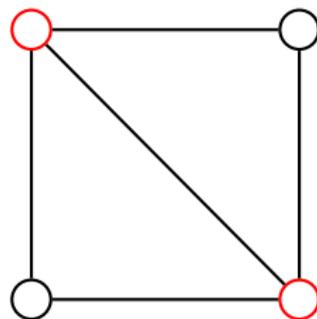
IME-USP

# Solução do problema do carteiro chinês

Caso geral em grafos não eulerianos



Grau de entrada  $\neq$  Grau de saída



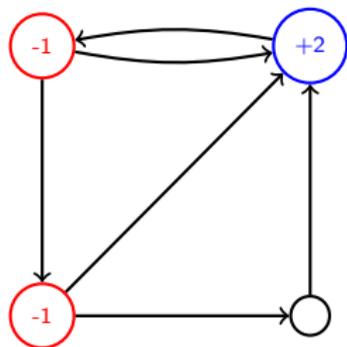
Vértices com grau ímpar



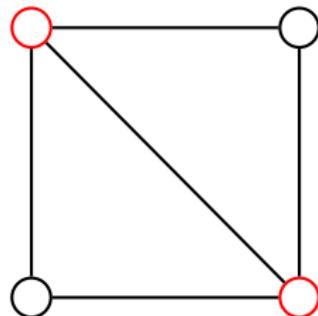
IME-USP

# Solução do problema do carteiro chinês

Caso geral em grafos não eulerianos



Problema de transporte.  
Definem-se oferta e demanda, de acordo com o grau dos vértices.



Emparelhamento perfeito entre vértices de grau ímpar.

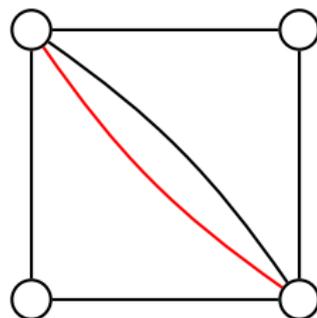
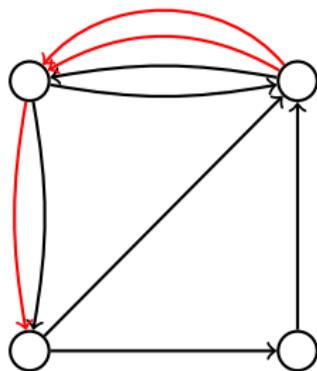


IME-USP

# Solução do problema do carteiro chinês

## Caso geral em grafos não eulerianos

As arestas duplicadas tornam os grafos eulerianos



As arestas artificiais são as arestas repetidas na rota que soluciona o problema do carteiro chinês.

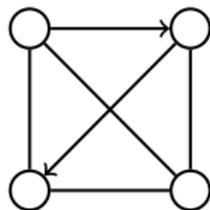


IME-USP

Todas variações estudadas são NP-completas.

- **Grafos mistos**

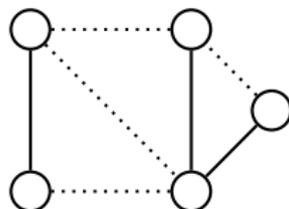
- 2-aproximação - Frederickson (1979).
- Aplica emparelhamento perfeito e o problema de transporte.



- **Rural**

Nem todas arestas/arcos precisam ser percorridos.

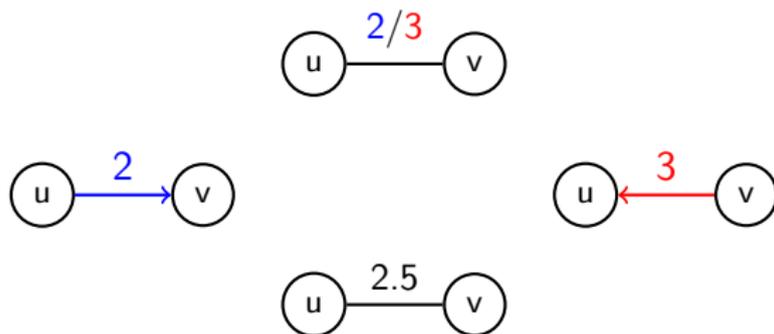
- $\frac{3}{2}$ -aproximação - Christofides (1976/1986).
- Emparelhamento a partir uma árvore/arborescência geradora mínima.



- **Com ruas íngremes (ou com vento)**

Custos diferentes para cada orientação de uma aresta.

- Caso especial: custo de todo circuito é o mesmo independente da direção em que são percorridos.
- Solução polinomial - Mei-Ko Kwan (1983)
- Reduz para o problema do carteiro chinês original.



# Resultados

- Monografia disponibilizada
- Implementações em C++17
- Documentação de código
- 132 testes, 99.6% cobertura
- Testes automatizados

`github.com/gafeol/chinese-postman`  
`linux.ime.usp.br/~gafeol/mac0499`



IME-USP

# Obrigado!

`gabriel5.oliveira@usp.br`



**IME-USP**