MAC0499 - Trabalho de Formatura Supervisionado - Proposta para Monografia

Algoritmos, Experimentação e Teoria em Otimização Combinatória

Aluno: Juliana Barby Simão (3461831) - julianab@linux.ime.usp.br
Supervisor: Prof. Dr. José Coelho de Pina Jr. - coelho@ime.usp.br

Iniciação científica com apoio financeiro da FAPESP
(Abril/2004 a Dezembro/2004 - Processo n. 04/00580-8)

1 Introdução

Otimização combinatória é um campo da matemática aplicada que se baseia no uso conjunto de técnicas de combinatória, programação matemática e teoria de desenvolvimento de algoritmos para resolver problemas de otimização formulados sobre estruturas discretas.

Problemas de otimização combinatória têm sido um tópico central para a evolução de algoritmos e da teoria de complexidade computacional. Pesquisadores têm apresentado muitas idéias criativas para o projeto de algoritmos eficientes, baseados em conceitos e resultados na área. A sub-área conhecida como *combinatória poliédrica*, por exemplo, apresenta métodos desenvolvidos a partir de conceitos de programação linear, como o primal-dual, e que têm se mostrado muito úteis no projeto e análise de uma variedade de algoritmos para problemas em outros domínios. Muitas das idéias inovadoras têm se baseado em um conjunto não muito grande de princípios comuns, como *scaling*, que são simultaneamente simples e poderosos.

Nem sempre, porém, é suficiente restringir a pesquisa de um problema ao estudo teórico de seus aspectos e ao desenvolvimento abstrato de algoritmos que o resolvem. Em diversos casos, existem fatores fundamentais que só podem ser resolvidos, ou mesmo descobertos, durante a implementação propriamente dita. Não é incomum que a obtenção de uma eficiência próxima àquela calculada na teoria, ou mesmo o próprio funcionamento de um algoritmo, dependa do uso de estruturas de dados sofisticadas e técnicas de programação que não são triviais.

Ademais, a complexidade de um algoritmo na teoria é muitas vezes um argumento questionável para classificá-lo na prática: não são incomuns algo-

ritmos teoricamente eficientes mas lentos na prática, e algoritmos cuja análise de pior caso está longe de representar seu comportamento no caso médio. Diante dessa possibilidade, testes e experimentações são ferramentas poderosas e úteis, e que enfatizam ainda mais a importância da implementação.

2 Objetivos

Neste projeto de iniciação científica pretendemos estudar algumas das ferramentas mais fundamentais em otimização combinatória através do estudo e implementação de algoritmos para problemas clássicos da área envolvendo fluxos em redes. A iniciação científica está sendo desenvolvida em conjunto com o colega Marcelo Hashimoto e sob a orientação do Professor José Coelho de Pina Jr. Também é um dos objetivos do projeto a nossa preparação para um possível mestrado na área.

A fonte dos algoritmos que serão incluídos no estudo, e também a principal base teórica, será o livro de Ahuja, Magnanti e Orlin [1]. Também pretendemos utilizar como apoio secundário o livro de Cook, Cunningham, Pulleyblank e Schrijver [2]. Em nenhum momento, porém, vamos nos restringir a seguir somente tais referências. Consultas a outras fontes, além de adições e modificações às originais, são esperadas e, dependendo do contexto, desejadas.

Como corolário de nosso trabalho, produziremos um texto descrevendo toda a teoria envolvida nos problemas e em cada um dos algoritmos estudados, juntamente com uma biblioteca de algoritmos.

Pretendemos que a linguagem algorítmica utilizada siga os padrões das notas de Feofiloff [6], e permita descrever os algoritmos com base em seus invariantes, para destacar de maneira simples a razão pela qual eles funcionam.

Como queremos disponibilizar as implementações de modo que elas possam ser facilmente compreendidas e aplicadas, elas serão feitas na linguagem `CWEB` [11] de *literate programming* [9]. As principais estruturas de dados utilizadas serão as fornecidas pela plataforma `SGB`, desenvolvida por Knuth [10]. Após finalizar as implementações, pretendemos realizar um estudo comparativo entre todos os algoritmos e incluir os resultados na documentação final.

Esta iniciação é na verdade parte de um projeto maior, no qual estão envolvidos, além de mim e do Marcelo, os alunos Roger Ricardo Flores de Araújo e Nelson Guedes Paulo Júnior. O Roger está atualmente desenvolvendo uma iniciação científica similar à nossa, mas sobre algoritmos para emparelhamentos, e o Nelson está desenvolvendo um programa escrito na

linguagem `C++`, que permitirá a visualização gráfica do funcionamento de todos os algoritmos implementados.

Pretendemos reunir todos os textos, implementações e resultados do projeto em um sítio da Internet, preferencialmente nos moldes da *Network Optimization Library* de Goldberg [8].

3 Atividades já realizadas

Inicialmente, estudamos alguns tópicos não-específicos de otimização combinatória através dos livro de Cook et al. [2] e de Cormen et al. [3] para nos familiarizar um pouco mais com a teoria envolvida. A partir desse ponto, a base teórica de nossos estudos foi quase puramente o livro Ahuja et al. [1], como previsto no planejamento inicial.

Antes de nos dedicarmos a fundo ao estudo de [1], trabalhamos em cima de uma implementação em `C` para o algoritmo de Ford e Fulkerson [7] que havia sido feita para a disciplina MAC0328 - Algoritmos em Grafos. O algoritmo em questão é conhecido como *método dos caminhos de aumento*. A implementação se valia das estruturas do `SGB` para aplicar o método de Edmonds e Karp [5], conhecido como *método do aumento através de caminhos mínimos*.

A partir da implementação realizada para o método dos caminhos de aumento, implementei uma versão alternativa do algoritmo, conhecida como *método do aumento através de fluxos bloqueadores*, que foi concebida por Dinits [4]. Enquanto isso, o Marcelo modificou o algoritmo de Ford Fulkerson para que utilizasse, ao invés do método de Edmonds e Karp, os métodos conhecidos como *método do aumento através de caminhos de maior capacidade residual* e *capacity scaling*.

Após alguns testes com as novas implementações, ainda na linguagem `C`, começamos a estudar mais a fundo os conceitos abordados em [1] e a discutir algumas dúvidas teóricas entre nós e com o orientador. As principais discussões foram em torno da análise da complexidade dos algoritmos e da modelagem do problema sob o contexto de *programação linear* e *dualidade*. Por enquanto, estudamos a teoria envolvida nos conceitos básicos do problema do fluxo máximo, particularmente o *Teorema do Fluxo Máximo e Corte Mínimo*, e na análise dos já mencionados algoritmos de caminhos de aumento. Atualmente, estamos estudando outra classe de algoritmos para fluxo máximo, que utiliza o método conhecido como *pré-fluxo*.

4 Cronograma para o segundo semestre

Julho e início de Agosto:
Redigir o texto referente a toda a teoria estudada até o momento.
Conveter as implementações já feitas em `C` para `CWEB`.
Preparar o primeiro relatório para a FAPESP.

Final de Agosto:
Concluir o estudo dos algoritmos de pré-fluxo (*preflow-push*).

Setembro:
Implementar os algoritmos de pré-fluxo.
Estudar conceitos básicos relacionados ao problema do fluxo máximo de custo mínimo.

Outubro:
Estudar e implementar os algoritmos para o problema do fluxo máximo de custo mínimo.

Novembro:
Estudar o algoritmo simplex para redes.
Preparar o pôster.
Revisar e concluir a monografia.

O texto envolvendo toda a teoria estudada, o qual servirá como base para a monografia, deverá ser continuamente incrementado e revisado no decorrer do semestre, na medida em que cada tópico for sendo estudado. Além disso, é nossa intenção que as próximas implementações sejam realizadas diretamente em `CWEB`.

Cabe observar que no próximo semestre o Marcelo e eu estaremos cursando a disciplina MAC05781 - Otimização Combinatória. Uma vez que muitos dos assuntos tratados durante a disciplina serão comuns aos que estaremos estudando em nossa iniciação científica, é provável que algum trabalho seja adiantado, de forma a tornar possível nossa dedicação a tópicos complementares que podem eventualmente ser incluídos no projeto.

5 Estrutura esperada da monografia

- Introdução
- Parte Técnica
  - Objetivos e Metodologia
  - Tópicos Estudados
    - Problema do Fluxo Máximo
      - Conceitos Básicos
      - Algoritmos Polinomiais
    - Problema do Fluxo Máximo de Custo Mínimo
      - Conceitos Básicos
      - Algoritmos Polinomiais
    - Simplex para redes
  - Resultados Obtidos
  - Referências
- Parte Subjetiva
  - Desafios e Frustrações
  - Relacionamento com o Curso
  - Interação com o Supervisor

– Cooperação com o Colega
– Conclusões e Observações
– Planejamento Futuro

Referências

[1] R.K. Ahuja, T.L. Magnanti, and J. Orlin, *Network flows: Theory, algorithms, and applications*, Practice Hall, 1993.

[2] W.J. Cook, W.H. Cunningham, W.R. Pulleyblank, and A. Schrijver, *Combinatorial otimization*, Wiley-Interscience series in discrete mathematics and optimization, John Wiley & Son's, New York, 1998.

[3] T.H. Cormen, C.E. Leiserson, R.L. Rivest, and C. Stein, *Introduction to algorithms*, 2nd. ed., The MIT Press and McGraw-Hill, 2001.

[4] E.A. Dinic, *Algorithm for solution of a problem of maximum flow in a network with power estimation*, Sov. Math. Dokl. **11** (1970), no. 5, 1277–1280.

[5] J. Edmonds and R.M. Karp, *Theoretical improvements in algorithmic efficiency for network flow problems*, J. ACM **19** (1972), no. 2, 248–264.

[6] P. Feofiloff, *Notas de aula de MAC 5781 otimização combinatória*, `http://www.ime.usp.br/~pf/`, 1997.

[7] L.R. Ford and D.R. Fulkerson, *Maximal flow through a network*, CJM **8** (1956), 399–404.

[8] A.V. Goldberg, *Network otimization library*, `http://www.avglab.com/andrew/soft.html`.

[9] D.E. Knuth, *Literate programming*, Center for the study of Language and Information (CSLI), 1992.

[10] ———, *The stanford graphbase: A plataform for combinatorial computing*, ACM Press, 1993.

[11] D.E. Knuth and S. Levy, *The `CWEB` system of structured documentation*, Addison-Wesley, 1994.