

# O problema do Menor Ancestral Comum

*Revisão, Melhorias e Implementação*

Daniel N. Ribeiro

Orientador: Alair Pereira do Lago

danielrb@linux.ime.usp.br

IME - USP

Apoio pelo processo 05/50796-0



# O problema

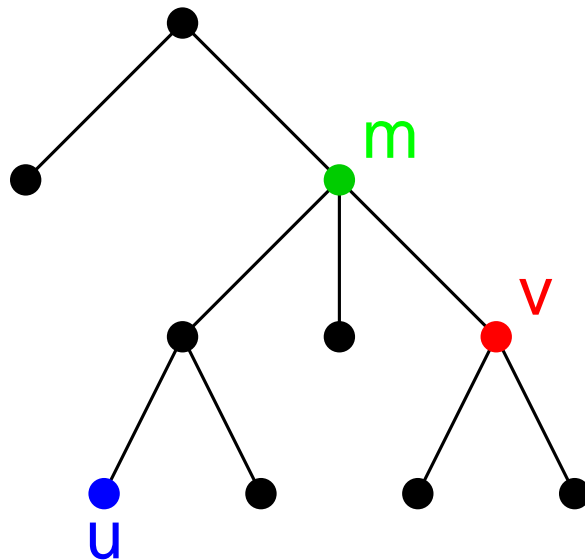
Dados:

- Árvore  $\mathcal{T}$ , de raiz  $r$
- Dois vértices  $u$  e  $v$
- Caminho  $P$  de  $r$  a  $u$
- Caminho  $Q$  de  $v$  a  $v$
- Queremos: último vértice em  $P \cap Q$
- Este é de *Menor Ancestral Comum*(MAC) de  $u$  e  $v$



# Um exemplo

$m$  é o Menor Ancestral Comum de  $u$  e  $v$ :



# Nova Motivação

- Pré-processar a árvore utilizando tempo e espaço lineares.
- Ser capaz de determinar o Menor Ancestral Comum de quaisquer dois vértices em tempo constante.
- Interesse é buscar, de forma eficiente:
  - palíndromos maximais e repetições encadeadas de um texto (Biologia Computacional)
  - padrões em textos, admitindo erros
  - textos em que um padrão aparece ao menos uma vez (Busca na Internet)

# Histórico de Soluções

- Alfred V. Aho, John E. Hopcroft, Jeffrey D. Ullman.
- Harel e Tarjan. *Primeira solução de consultas constantes e pré-processamento linear.*
- Schieber e Vishkin.
- Bender e Farach-Colton (simplificam o algoritmo paralelo de O. Berkman, Z. Galil, Schieber e Vishkin).
- Lago e Simon.



# Outro problema

- Idéia utilizada nos algoritmos de Bender e Farach-Colton e de Lago e Simon.
- Problema Range Minimum Query (RMQ):
  - Recebe: Um vetor de números  $A[1, \dots, n]$ .
  - Consultas: Pares de índices  $i$  e  $j$  entre 1 e  $n$ .
  - Saídas: elemento de menor valor no subvetor  $A[i, \dots, j]$
- Versão mais “fácil” (RMQ $\pm 1$ ):  $A$  é um vetor de inteiros, e todos os elementos adjacentes diferem entre si de 1 (*restrição*  $\pm 1$ ).



# Resolvendo o $\text{RMQ}_{\pm 1}$

- O  $\text{RMQ}_{\pm 1}$  pode ser resolvido em tempo constante após um pré-processamento linear em memória e espaço.
- Idéia: dividir o vetor de entrada em blocos de mesmo tamanho
- Resolvendo o mínimo entre blocos: programação dinâmica.
- Resolvendo mínimo dentro dos blocos: pré-processamento trivial utilizando matrizes.

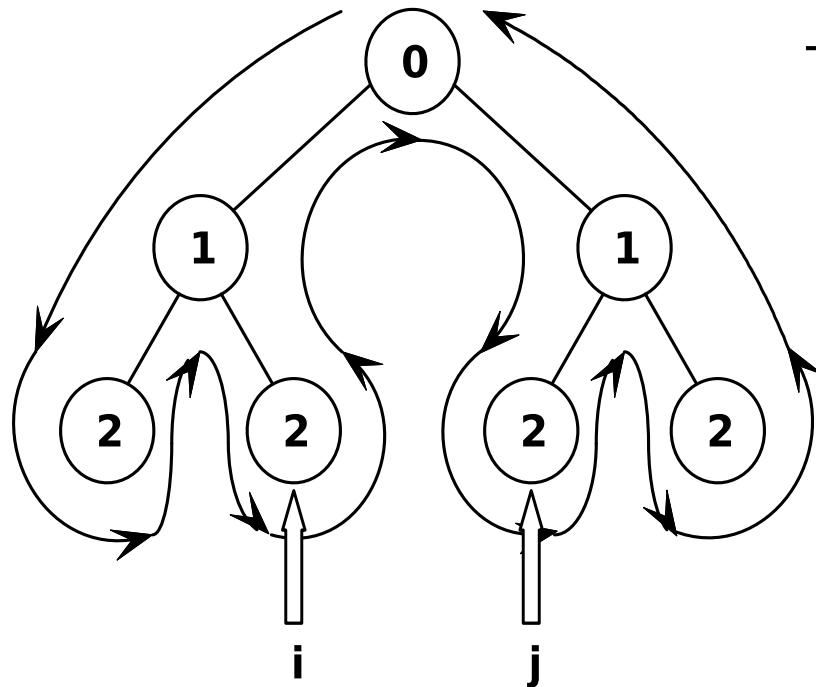
# Uma redução

O problema do MAC se reduz ao  $\text{RMQ}_{\pm 1}$  da seguinte forma:

1.  $E$  vetor de vértices visitados num passeio Euleriano (a partir da raiz) na árvore .
2.  $E[i]$  representa o  $i$ -ésimo nó visitado.
3. Computa-se o vetor de profundidades  $L[1, \dots, n]$ .  
NOTA:  $L$  obedece à *restrição*  $\pm 1$
4. *representante* de um nó = índice da 1ª ocorrência do nó no passeio.
5.  $R[i] :=$  o índice do representante do nó  $i$ .



# Um exemplo de redução



Intervalo da Consulta

Tour Euleriano da árvore ao lado

0121210121210



i



j

Intervalo da Consulta



# Outros Estudos

- Redução do problema a resolver o MAC em árvores binárias completas e em caminhos.
- Resolução do  $\text{RMQ}_{\pm 1}$  para vetores pequenos equivale a resolvê-lo em vetores maiores.
- Utilização da técnica dos quatro russos para diminuir consumo de memória utilizada no  $\text{RMQ}_{\pm 1}$ .